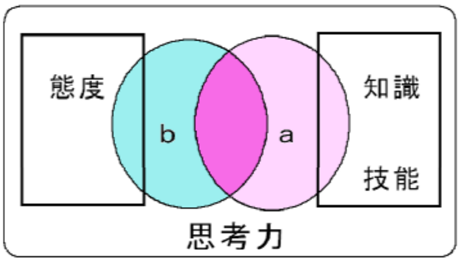
算　数　科

１　育成したい「思考力」

a　事象のしくみやその表現・処理の方法を構造的・形式的に捉える力
b　経験に照らしながら問題とその便利な解き方を見出そうとする力

文部科学省は，算数科の学習において育成すべき「思考力」を，「数学的な考え方の基礎」であり，「日常の事象について見通しをもち筋道を立てて考える能力」であるとしているが，それらは具体的にどのようなものであろうか。



この「思考力」を，私たちは次の２層から捉える。

分かる・できるべき「数学的な考え方」としての力と，「数学的な考え方」を生み出したり使ったりできるように学びを進めていく力である。

a　事象のしくみやその表現・処理の方法を構造的・形式的に捉える力

この力については，片桐重男（1988）の捉え方を基に次のように分類し，これまでも各単元や各授業の目標や学習状況の判断基準の多くをここから導いてきた。

①　事象のしくみに関するもの…集合の考え・関数の考え・単位の考えなど，事象をある視点から構造的・形式的に捉える考え方
②　考えの進め方に関するもの…帰納的な考え・演繹的な考え・類推的な考えなど，きまりの一般化に向けた筋道を構造的・形式的に捉える考え方
③　生活の実用に関するもの　…実生活の中でその構造や形式を算数的に捉えて発揮される知恵ともいうべき考え方

つまり，事象のしくみや表現・処理の方法を構造的・形式的に捉える力である。学習内容ごとに重点化が図られ，身に付けようとする知識や技能と関連が深い。

b　経験に照らしながら問題とその便利な解き方を見出そうとする力

一方，ｂの力は，先に述べたａの考え方を身に付けることを支える基盤となる力である。

子どもにすれば，*「どんなふうに考えれば，いい方法が見つかるか」*ということになる。

これについて，片桐は「数学的な態度」と捉え，F.K.Lester(1985)はGuiding Forceと呼んでいるように，態度との関連が深く，学び方をモニターし推進するメタ的な「思考力」といえる。

この思考の活性化には*「便利な解き方を見つけたい」*という情意的な高まりが重要になる。

解き方とは，結果を導く手続きやそうした手続きから得られた結果の表し方であるが，それが便利であるとは「簡単」「分かりやすい」「正しく，的をえている」ということである。

つまり，この力は簡潔・明瞭・的確な手続きや表し方の獲得をめざして働く。

ところで，この「思考」の様相においては，次の２点を重視したい。

１つは，既習や実生活での経験の活用である。

算数の内容は系統性が高い。そこで，新たな問題の解決では，それをこれまでの経験（獲得した算数）にのせることが大切になる。そのことで問題は把握され，自分にとっての未知が明らかとなり，解決の方法や結果についての見通しが立つのである。また，例えば「長さくらべ」

における端を揃えるというアイデアなどは，まさに実生活の知恵を引き出すことに他ならない。
もう１つは，自分の学びの進め方や，生み出した考え方についての吟味である。
自分はどんなふうに考えを進めたのか，それはよかったのかということを振り返り，どのようにするべきだったのかということを蓄積することが大切である。
考え方も同様である。自分の考え方は正しかったのか，よりよい考え方だったのかについて振り返り，便利な方法を蓄積することが，次の問題に対するアプローチをさらに豊かなものにしていく。
このとき，他者とのかかわりは大きな役割を果たす。自分自身では気付かなかった進め方や考え方を提示してくれたり，思いもよらない視点から自分の進め方や考え方を評価してくれたりするからである。

私たちは，このようなａとｂの２層の「思考力」の育成に働きかけていきたいと考える。

２　「思考力」を育成する単元編成

算数の学習内容はどの教科よりも系統性が強い。特に，同一領域内では，それが顕著である。
その特徴を生かし，「思考力」育成に向けて，**「算数をつくる」**学習を一貫して展開する。

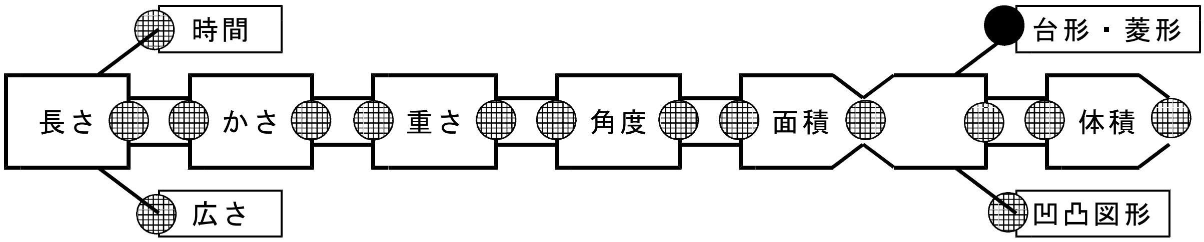
単元間の工夫

○　単元接続時の攻略法創造の過程の重視　＋　発展的な学習の開発

「算数をつくる」にあたっての壁が最も高く，創造性の求められる単元接続時の思考を重視する。あるいは，学習内容を生かして子どもが創造しうる発展的な学習を開発して位置付ける。

○　前に学んだ□□では，どんなアイデアを使ったの？それは使えないの？
○　これまでに学んだことと似ていることはないの？同じようにできないの？

【量と測定】



『どうやって比べれば？』『どんな単位で数値化すれば？』『どうやれば既習に帰着できる？』
体験上・操作上で工夫　　操作・思考を方向付け　　操作・思考を筋道立てて

単元内の工夫

○　便利な表現・処理方法の吟味の過程の重視

子どもの中に生まれたいくつかのアイデアについて，妥当性・関連性・有効性の視点から，その価値を判断する場面を各単元内に位置付ける。
授業前に個々のアイデアを把握し，各集団にそれぞれのアイデアの持ち主が属するように，教師が集団を編成する「相互作用重視型」少人数指導は，この意図を最も反映した形態である。

○　簡単で分かりやすく広く使える方法はどれ？
○　最も簡単なまとめ方・表し方はどれ？

３　「思考力」を育成する支援

> **思考の手続きや過程を具体的なモデルによって構造的に示すとともに，それを基に個々が自分の考えの進め方を振り返る場を保障する**

１年生の「繰り上がりのたし算」。おはじきを動かし（操作），その手続きをかいてみた（図）後に，式に分解や合成の手続きをかき加えたり，それを唱えながら計算したり（言語）する過程をくぐりながら習熟していく。このように，そもそも算数の学習指導では，具体的なモデルを用いた工夫がしばしば行われ，学習内容の理解や技能の定着に大きな役割を果たしている。

この指導方法の工夫を，「思考力」の育成にも活用する。

すなわち，「数学的な考え方」の定着，あるいは考えの進め方についても，操作・図・言語によるモデル化を図る。どのような考え方をすればよいのか，どのように問題解決を進めればよいのかという手続きや過程を，構造的に印象付け，振り返らせるのである。

５年生の単元「円」における直径と円周の関係を調べる場面を例に挙げる。

「円周の長さは直径の3.14倍です。」

既に多くの子どもが知っているこのきまりを，実際に確かめることになった。もちろんこのきまりは，「ある１つの円」ではなく「すべての円」に対するものである。

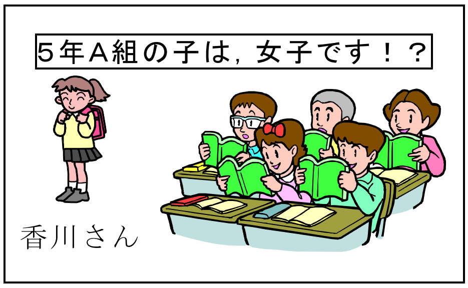
円を切り取り定規上で転がす，身近な円に糸を巻く，円に内接する正六角形の周を測る，中心角10°のおうぎ形の弧を直線とみて測り36倍するなど，多様な方法で検証がなされた。

「ぼくが調べてみると，3.5倍になっていたけれど，本当は3.14だと思います。」

「直径６ cm の円に糸を巻いて調べると3.17倍になったので，3.14は正しいと思います。」

誤差は仕方ない。近似値を調べた方法もある。3.14が導かれなくてもそう問題ではない。ただ，「ある１つの円」の結果から「すべての円」に対するきまりを導く子が少なくない。**「帰納的な考え」**を用いて，「すべて」にあてはまるきまりを導くならば，**「いくつかを調べてみて，その結果をまとめる」**という進め方を見通してほしい。

そこで，考え方やその進め方の内省を促すために，学級のモデル図をかきながら，一人の女子にたずねた。



「香川さんは，男子ですか？女子ですか？」

「女子です。」

「そうですね。つまり，５年Ａ組の子は，女子ですね。」

「それは，おかしいです。男子もいます。」

「でも，香川さんに確かめたら，女子でした。」

「５年Ａ組の子は…というときは，Ａ組のみんなを調べなければいけないと思います。」

「なるほど，Ａ組の特徴を見つけるときには**【みんなを調べる】（黒板に）**をしなければならないのですね。ところで，円のきまりを見つけるときは，どうでしょうか？」

「円全部を調べる…？？」

「全部は無理だけど，いろいろな円を**【いくつか調べる】**といいと思います。」

新しい円の作図に取りかかる子，同じ追究方法の友達とデータを重ねる子，…。

１つの円で結論付けた子は最終的に２人。授業後，個別に助言した。

よりよい思考の手続きを繰り返し経験する

これまでも，「算数をつくる」学習過程では，よりよい考え方の合意をめざした学び合いが位置付けられてきた。ただ，そこでは，「学び合いによる合意」＝「合意した考え方を個々が納得」と考える傾向があった。

しかし，子どもは，自分の力でよりよい思考の手続きを当てはめながら新しい場面（数や形，さらには場面そのものの変更）を解決してみてこそ，「なるほど，こういうふうに考えるのか」と納得する。さらに繰り返すことで，その考え方が内在化していくものである。

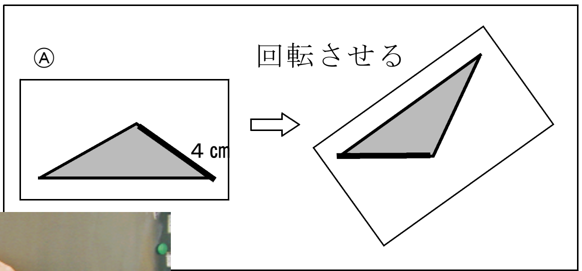
そうした「模倣と練習の場」を工夫し位置付ける。

これは，一般的な計算問題などのように，処理技能の習得のための練習を意味するものではない。授業者が，思考の手続きの部分に焦点をあて，どのようにすればそれが身に付くかを検討し子どもに投げかける「模倣と練習の場」のことである。

５年　「三角形の面積」

直角三角形，鋭角三角形でつくった三角形の求積公式（底辺×高さ÷２）を，鈍角三角形の場合に拡張しても使えることを発見した子どもたち。「どんな三角形も底辺と高さが分かれば公式にあてはめて解決できる」という考えに至った。

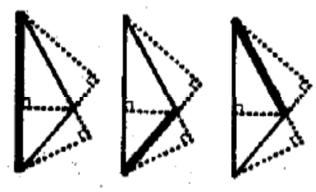
そこで，右図のような底辺が斜辺の部分にある三角形に出合わせ，その図形の求積方法について話し合わせた。



「高さが分からないので測らなければ…」
「どこの長さが高さなの？」
「回したら分かりやすいよ」

底辺と高さには，底辺をどこにとるかによって高さが決定するという相対的な関係がある。ここで，一人一人に三角形をかいたカードをわたし，机の上で回転させる操作を行った。そして，「高さが念頭に描けたら，元の位置にもどし，再度，念頭で高さを描かせる，位置を変えてみる，底辺を変えてみる」といったことを繰り返す場を確保した。そうすることで，底辺と高さの関係把握に深まりが見えた。

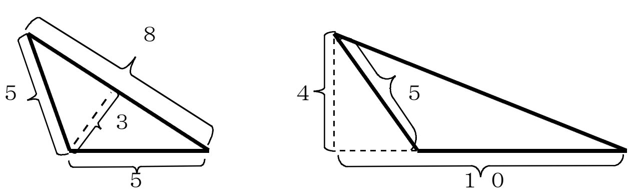
Ⓑ



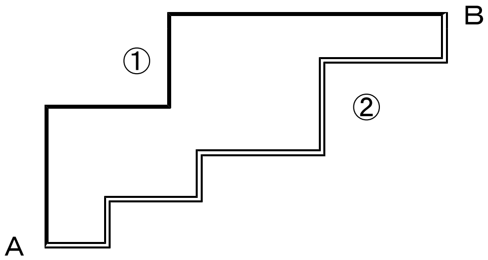
太い線は長さが分かっています。あとどの長さが分かれば面積が出せるでしょう。

さらに，Ⓑ，Ⓒ図のような適用題を与え，底辺と高さの関係について習熟を図った。子どもたちは三角形が安定するような位置までプリントを回したり，念頭で操作したりしながら，底辺と高さをはっきりさせてから公式で計算することができていた。

Ⓒ　必要な長さを選んで面積をもとめましょう。



ひらめきと論理で問題を解き明かす楽しみを味わう５分間「算数ワールド」を開発し，授業前や朝の時間に位置付ける



近道はどちらか。①か，②か，それとも同じか？本校の５年生に実施したところ，同じであると判断できた子どもは全体の19%であった。

全国一斉学力調査の結果に裏付けられたように，子どもは初めて出合った問題を自分の力で解き明かしていくのが苦手である。

「どんなふうに考えれば解けるのだろう。何かこつがあるはずだ。」

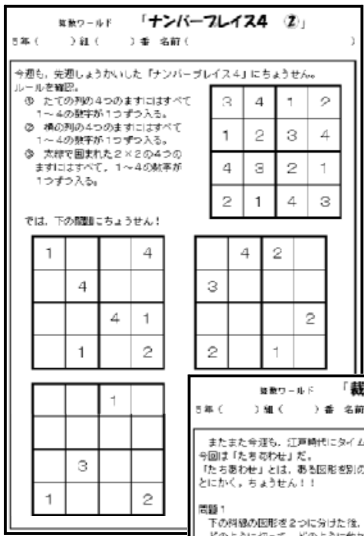
問題を多様な視点から考察し,問題を解く鍵を見出す経験そのものが少ないのかもしれない。

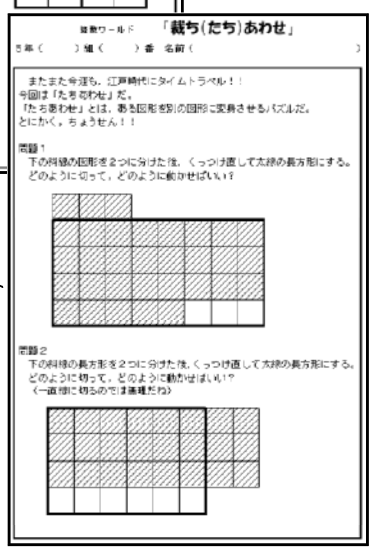
もしも，そのような場を設けたならば，子どもたちはどのように取り組むのだろうか。

そう考えた私たちは，高学年の子どもに試行的に「算数ワールド」を実施している。

「算数ワールド」とは，ほんの５分間ほどで解ける，ロジカルな，クイズ・パズル的な問題に挑戦する時間のことである。以下のような内容で構成している。

数と計算に関する問題	魔法陣やナンバープレイス　等
図形に関する問題	地図上の最短距離を見抜く　等
論理パズル	会話文から真実を導く　等
伝統的問題	油分け算や裁ち合わせ　等





教科書の内容，新聞・雑誌・算数的クイズ本を参考に，普段の学習から離れた問題でありつつ，実は既習の考え方やこれから学習する内容の基礎となる考え方を内包している問題を作成するよう心がけている。

「早く配って！」

子どもにとっても楽しいひとときのようである。教師の予想を超えた考え方を発見したり休み時間にも挑戦を続けたりする子どもの姿もよく見られ，10回ほど経験した子どもにアンケートをとると，「楽しい・続けたい」と支持する意見が91.4%であった。

算数のおもしろさを味わうだけに終わるのか，直観力や対象を算数的に捉える感覚とともに，私たちのめざす「思考力」の育成へと結び付くのか。実施し始めてからまだ３か月余り。その効果は，すぐに確かめられる性格のものではない。

毎回の実施結果を累積していくとともに，設定は異なりつつも同じアイデアが求められる問題による効果の検証の場を定期的に位置付けていきたいと考えている。

４　「思考力」の評価

算数科で培いたい「思考力」の指導と評価については，次のような問題点がしばしば指摘される。

「新たな問題場面で問わなければ「思考力」ではなく，処理技能や知識の評価となってしまう。しかし，新たな問題場面で評価すれば，まだ考え方についての指導を受けてもいない状況での評価となってしまう。」

例えば，初めて平行四辺形の面積の求め方を考える場面で「思考力」を評価したならば，子どもはまだ何も教えてもらわずに評価されたことになるし，公式という記号的表現にまで高まり求積練習も重ねた後に評価すれば「思考力」とは捉え難いということである。

この問題点の改善に向け，本校算数科では以下の２つの状況設定を評価の場と考える。

① 先述の思考の手続きの「模倣と練習の場」の終末での状況

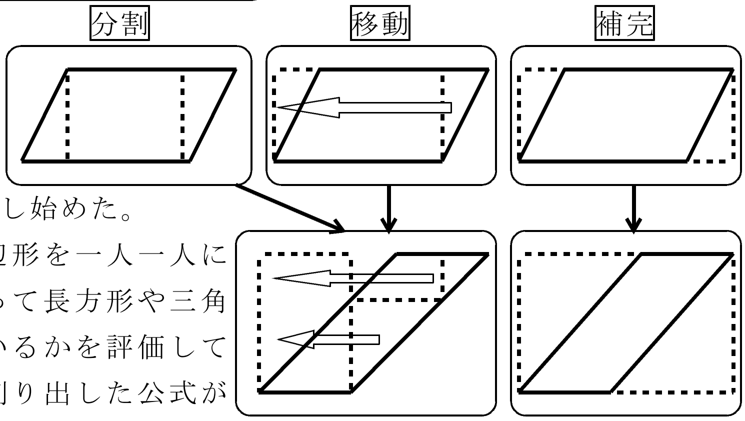
② 学習後に，「学んだ思考の手続きの活用によって解決できる新しい問題場面」を提示した際の状況

５年　「三角形，四角形の面積」

培いたい思考の手続き：「長方形や三角形に帰着しようとする」
「形を分割・移動・補完によって変形する」

思考の手続きの「模倣と練習の場」の終末での状況

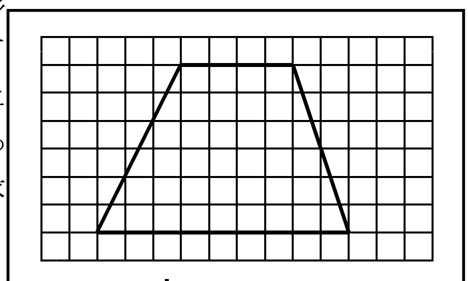
形を分割・移動・補完によって既習の形に変形して平行四辺形の求積公式を創り出した子どもたちは，高さが図形の外にある場合についても通用するかどうかを検討し始めた。



そこで，右図のような平行四辺形を一人一人に配布し，分割・移動・補完によって長方形や三角形に帰着して解決しようとしているかを評価していった。そいて，この図形にも創り出した公式が当てはまることを確かめ合った。

「学んだ思考の手続きの活用によって解決できる新しい問題場面」を提示した際の状況

この単元の終末に，右図のような方眼上にかいた台形の図を与えて，どのようにすれば求められるかについて考えさせた。 台形の公式は学習していないが，培いたい思考の手続きがいかに活用できるかを問うためである。１つの考えで求積できた子どもには，他の考えで求めるように促しながら，評価していった。



下図は，おもな子どもの反応である。