

1章 式の計算 (1) 式の計算, (2) 文字式の利用

目 標

- 文字を用いた式を活用することのよさを実感し、それを用いて数量や数量の間の関係を的確に表現し、説明しようとする能力や態度を養う。また、いくつかの文字を含む四則計算ができるようにする。そのために、
- ア. 文字を用いた式に関するいろいろな用語の意味を理解し、それが正しく使えるようにする。
- イ. 簡単な単項式、多項式での加法、減法、及び単項式どうしの乗法、除法の計算ができるようにする。
- ウ. 文字を用いた式で数量及び数量の関係をとらえ説明することを理解できるようにする。
- エ. 目的に応じて簡単な等式を変形できるようにする。

目標 分数を含む単項式の除法ができる。

<p>予想されるつまずき</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 	<p>最初の手立て</p> <ul style="list-style-type: none"> ● $6ab \div \frac{2}{3}a$ について逆数を用いて計算する際、$\frac{2}{3}a = \frac{2a}{3}$ なのか、$\frac{2}{3}a = \frac{2}{3a}$ で混乱が生じてうまく逆数を使って乗法に直せないため、音声で違いに気づかせる。 	<p>子供の表れ○</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 見た目ではどちらが正しいか判断できなかったが、音読させると違いが分かった。 ● 分数の約分誤りはあったが、練習問題を解く際に上記のような分数を含む単項式の逆数にする計算方法に誤りはなかった。
	<p>子供の表れ×</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 	<p>原因と対応策</p> <ul style="list-style-type: none"> ★

目標 分数を含む多項式と数の乗法、除法を計算することができる。

<p>予想されるつまずき</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 	<p>最初の手立て</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 分数を含む式の計算では、1年生で学習した方程式の『分母をはらう』間違っただけの計算をする生徒が多く見られるため、あえて最初に誤答を示して生徒の気づきを促す。 ● 正答例と誤答例の記述を視覚的に比較させることで、『通分』と『分母をはらう』の意味の違いについて指導する。 	<p>子供の表れ○</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 授業の中での復習問題では、『分母をはらう』やり方で、誤答を記述する生徒はいなかった。
	<p>子供の表れ×</p> <ul style="list-style-type: none"> ● そもそも分数の計算（主に通分）への理解が不十分で、計算そのものができていない生徒もいた。 ● 定期テストで出題すると、1割程度の生徒が、分母をはらっており、計算のプロセスが理解不十分であることも分かった。 	<p>原因と対応策</p> <ul style="list-style-type: none"> ★ 正答のみを板書・ノート記述させるのではなく、誤答を扱うことが理解度を高めるための有効な手立てとなる。 ★ 小学校算数での分数の計算での躓きが克服できていない生徒にとっては、誤答と正答の計算方法の違いに気づいても、計算過程の正しい理解に至れない。一斉授業での学び直しは困難なので個別指導が必要である。 ★ 式の計算という単なる無機質な計算問題を解くのではなく、実生活に結び付けた文章問題にして計算に取り組ませる方が、理解しやすい生徒もいる。

・センテンス型の式 (=のある式) と、フレーズ型 (=のない式) の計算の違いに着目させたい。

2章 連立方程式 (1) 連立方程式, (2) 連立方程式の利用

目 標

- 連立二元一次方程式について理解し、それを用いて考察することができるようにする。そのために、
- ア. 2つの文字を含む等式から文字の値が求められることを知る。
- イ. 連立二元一次方程式の必要性和意味、及びその解の意味を理解する。
- ウ. 連立二元一次方程式の解法を理解し、その解法に習熟する。
- エ. 問題解決の場面で、連立二元一次方程式を活用することができるようにする。

目標 係数が整数でない連立方程式が解ける。

予想されるつまずき	最初の手立て	子供の表れ○	
●	$\begin{cases} x + 5y = -15 \\ 0.4x + 0.6y = 1 \end{cases}$ を解く際に、下の式の係数を整数にするために10をかけるが、小数の係数のある左辺のみ10倍してしまうことが予想されたため、1年時の学習(方程式・等式)で扱った、天秤の絵を示し、両辺を10倍することに注目させる。	● 天秤図が無い状態(言語や式のみ)では、理解が難しい様子が伺えたが、天秤図を示すことにより、生徒の思考が繋がったと感じた。	● 係数を整数値にする際に、両辺を何倍かする作業に、間違いがなくなった。
	→	→	→
		子供の表れ×	原因と対応策
		●	★

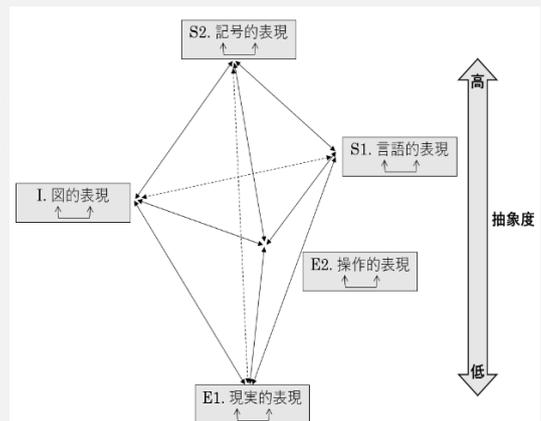
・二元一次方程式は、代入法もしくは加減法で解くことが一般的である。方程式を解くことが苦手な子供には、自分でやりやすい方法を選択させて、その方法を使いつねにシステムチックに解くように何度も練習させることが大切である。しかし重要なのは、なぜ代入法や加減法を用いるかという解き方を導く考え方である。それは変数を1つに減らすことができたら、一元一次方程式となり解くことができるからである。この考え方は、小学校算数からずっと使用している、分からない問題は分かる問題に変形するという既習に帰着させる考え方である。この考え方を理解しなければ、単なる手続きの暗記になってしまう。そうなるとその暗記が忘れ去られるのも早いであろう。手続きを成り立たせている方法にも目を向けたいものである。それが後々の定着につながるのである。

BOX 3-A：数学的表現体系 (中原, 1995)

話し言葉以外の数学的表現様式は次の5種類に分類できる。

- E1：現実的表現…実世界の状況、実物、具体物などによる表現
- E2：操作的表現…学習具などに動的操作を施すことによる表現
- I：図的表現…絵、図、グラフなどによる表現
- S1：言語的表現…日本語、英語など日常言語を用いた表現
- S2：記号的表現…数字、記号など数学的記号を用いた表現

右図の矢印は、各表現様式が他の表現様式に変換できることを意味している。また、上部へ行くほど、表現様式は抽象的になる。逆に下部へ行くほど、表現様式は具体的になる。



一般的に、よい授業には5つの表現様式がすべて表れてくると言われている。授業後の板書を見ると一目瞭然である。また、真に数学の内容を理解している子供は、どの表現様式を用いても、その数学の内容を説明できる。そのような理解している子供を増やすには、授業内において各表現様式を変換させることが重要である。図での表現を、操作で表現し直したり、式で表現し直したりする活動である。このような活動を実現するには、教師から子供への「思考の視点」の提示が重要である。例えば、「これらの考えの共通点はあるかな？」という思考の視点「共通点」は非常によく用いられる。

目標 割合に関する具体的な事象について、連立方程式を使って問題を解決することができる。

予想されるつまずき

- 1年生では、1次方程式を活用する文章問題に取り組んでいる。2つの文字を使うと、文字が1つの場合に比べて数量関係がとらえやすくなるが、それでも立式は難しい。国語の読解力が必要となるところもあり、何の数量について方程式をつくれればよいのかが分からない。また、求める数量以外を文字で表すと、連立方程式の解を問題の答えと勘違いする。
- 割合を使った表し方が難しい。小学5年生では(比べる量) = (もとにする量) × (割合)という式を学習している。文字を使って表したり、もとにする量を比べる量で表したりすることを丁寧に指導する。

最初の手立て

- 【授業で扱った問題】(本欄下)
- 前時までの授業で、「方程式を活用して解く手順」や「線分図や表を使うことで、問題を整理する」ことを学習している。本時の割合の問題においても、その手順に従って考えるよう促す。
 - 「今年の生徒数」を文字で表す手立てとして、下の表のように、表の中に「変化した生徒数」という項目をつくる。
 - 求める数量は「今年の人数」であるが、直接求める数量を x, y と表すと方程式をつくるのが難しくなる。「もとにする量」と「比べる量」それぞれを文字で表した場合について考えることで、「もとにする量」を文字で表した方が方程式をつくりやすいことを実感させる。

子供の表れ○

- 予習している数名の生徒は、最初から「去年の生徒数」を x と y で表していたが、多くの生徒は、求める数量である「今年の生徒数」を x と y で表した。そのため、方程式をつくるのが難しく、「もとにする量」を文字で表した方が方程式をつくりやすいことを実感できた。
- 表をうめていくことで、方程式をうまくつくっていた。また、「変化した生徒数」の部分の横に見ることで、「 $\frac{20}{100}x - \frac{10}{100}y = 20$ 」という方程式にも生徒が気づいた。

子供の表れ×

- 「今年の生徒数(比べる量)」を x と y で表した場合の「去年の生徒数(もとにする量)」について、 x と y を使って表すことが難しかった。

$$x = (\text{去年の生徒数}) \times \frac{120}{100}$$

だから

$$(\text{去年の生徒数}) = x \times \frac{100}{120}$$

原因と対応策

- ★ 単に等式の変だけでは、 $\frac{100}{120}$ が何を表しているか分かりにくい。小学校で学習した、テープ図で説明する方法も考えられる。

ある中学校の去年の生徒数は 520 人でした。今年は、男子が 20% 増え、女子が 10% 減ったので、生徒数は 540 人になりました。今年の男子と女子の生徒数をそれぞれ求めなさい。

	男子	女子	合計
去年の生徒数 (人)	x	$+ y$	$\square 520$
変化した生徒数 (人)	$+\frac{20}{100}x$	$-\frac{10}{100}y$	20
今年の生徒数 (人)	$\frac{120}{100}x$	$+\frac{90}{100}y$	$=540$

この表に「+」と「-」を書き入れる。

3章 一次関数 (1) 一次関数とグラフ, (2) 一次関数と方程式, (3) 一次関数の利用

目 標

- 変化や対応についての見方や考え方をいっそう深めるとともに、事象の中から一次関数を見だし、それを用いることができるようにする。そのために、
- ア. 一次関数の意味を理解し、身のまわりの事象の中から、一次関数とみられるものを見つけることができるようにする。
- イ. 一次関数の特徴を理解し、一次関数のグラフがかけられるようにする。
- ウ. 直線が与えられているとき、その直線の式が求められるようにする。
- エ. 一次関数のグラフと二元一次方程式のグラフとの関係や連立方程式の解とグラフとの関係を明らかにする。
- オ. 具体的な事象を一次関数とみなし、それを問題解決に利用できるようにする。

目標 動点によって作られる図形の面積がどのように変化するかを考え、間と面積の関係を表や式、グラフに表すことができる。

予想されるつまずき

- 命題の添え図が静止画のために、動点によって作られる図形が予想できない。そのため、面積を求めることができない。
- 動点の位置によって、変化の仕方が変わるために、現象の変化に気づかずに、1つの式や1本の直線のグラフにしてしまい、 x の変域とともに場合分けをすることができない。

最初の手立て

【授業で扱った問題】

* 教育出版「中学数学2」
P.92 例題2 (右欄下)

● 動点 P によって作られる線分 AP と PD を伸縮性のあるゴム紐にし、板書の長方形 $ABCD$ の中で、点 P を動かし、動的な図を示してイメージしやすいようにした。

● x の変域によって、3つの場合分け (①点 P が辺 AB 上を動くとき、②点 P が辺 BC 上を動くとき、③点 P が辺 CD 上を動くとき) を行うために、本教科書の指導書の付属 DVD-ROM を活用し、点 P の動く様子と、 $\triangle APD$ の面積の変化の様子に注目させることで、「点 P が動いた時に、変わるものは何ですか?」、「点 P が動いた時に、変わらないものは何ですか?」といった発問をもとに、 $\triangle APD$ の面積の変化の仕方について理解しやすいようにした。

子供の表れ○

- 点 P が動く様子と $\triangle APD$ の形が変化している様子が視覚的に捉えられ、イメージしやすくなったことから、式化したり、○秒後の面積を求められたり、 $\square \text{cm}^2$ の面積の時の経過時間を求めることができたりする生徒が多かった。
- 「動点問題が苦手だったのが、わかるようになってきた。」といった生徒の記述が生徒の振り返りの記述から見られた。

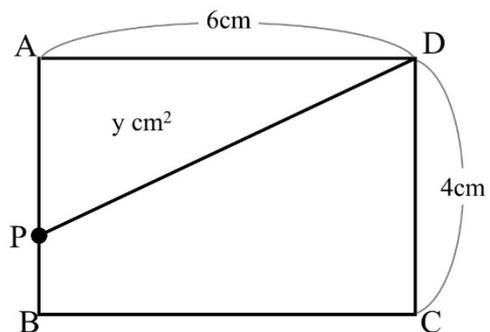
子供の表れ×

- $\triangle APD$ 変化の様子や、3つの場合分けについての理解はある程度できているものの、三角形の面積の求め方が理解できておらず、立式できずに困っている生徒もいた。

原因と対応策

★関数領域と図形領域の内容が混在する場面であるため、基礎知識としての求積の公式についての復習(確認)をしておく必要がある。

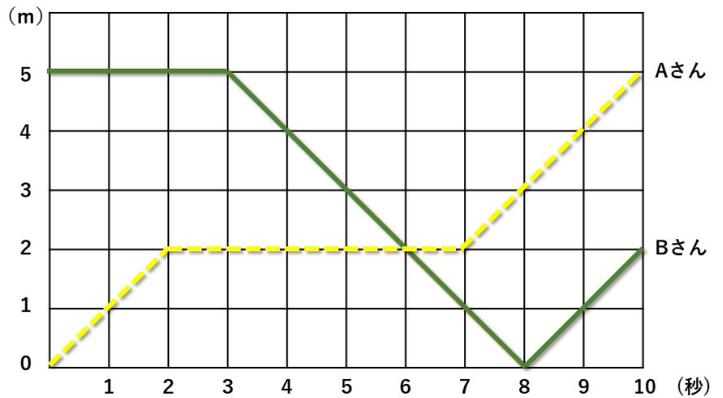
下の図のような長方形 $ABCD$ がある。点 P は A を出発して、長方形の辺上を、 B 、 C を通って D まで動く。点 P が A から $x \text{ cm}$ 動いたときの $\triangle APD$ の面積を $y \text{ cm}^2$ とし、 $\triangle APD$ の面積の変化の様子を調べなさい。



目標 1次関数を活用して、具体的な事象を考察したり予測したりすることができる。
 グラフから、移動した時間と道のりを読み取ることができる。

<p>予想されるつまづき</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 原点を通る1本の直線(比例)ならまだしも、折れ曲がったり、水平になったりしている(電車のダイアグラムに代表されるような複雑なグラフが表しているものの意味が理解できずに、グラフから、移動した時間と道のりを読み取ることができない。 	<p>最初の手立て</p> <p>【授業で扱った問題】</p> <p>* 教育出版「中学数学2」P.94 例題3 (本欄下)</p> <ul style="list-style-type: none"> ● この例題を解く前に、右のグラフを使って、実際にグラフどおりに、教室(直線5m)を手拍子(1拍:1秒)しながら歩く体験型の授業を行った。 ● Aさん役とBさん役を決めて、同時に動作を演じさせることで、グラフの交点のもつ意味を視覚的に理解できるようにした。 ● 実際に自分たちが、右下がりのグラフやx軸と水平なグラフの通りに歩くことで、グラフから、移動した時間と道のりの関係が理解できるようにした。 	<p>子供の表れ○</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 実際にグラフ通りに歩く活動を取り入れることで、グラフの読み取りができる生徒が増えた。 ● グラフの傾きを見ることで、行きと帰りの判別ができるようになり、例題を解く際にも、間違いが少なくなった。 ● 交点の示す意味の理解ができるようになった。
	<p>子供の表れ×</p> <ul style="list-style-type: none"> ● グラフの示す意味や動きについての理解はでき、例題や、上図の様に罫線や枠線のあるグラフでは、交点の座標を求めることができるが、罫線のない状態での交点の座標を求めることに困難さを感じている。(連立方程式等を活用して、公演の座標を求めることができない。) 	<p>原因と対応策</p> <ul style="list-style-type: none"> ★ 1次関数の利用や活用の問題を解決する際に、2元1次方程式と1次関数のつながりをおさえておく必要がある。また、連立方程式の解き方についても代入法を中心に復習しておくべきである。

駅から3000m離れた場所に美術館がある。けんたさん、駅を出発して美術館まで歩いて行った。ゆかさんは、けんたさんが出発してしばらくした後、自転車に乗って、けんたさんと同じ道を通って美術館に行った。下の図(省略)は、けんたさんが駅を出発してからの時間をx分、駅からの道のりをymとして、けんたさんとゆかさんの進んだ様子をグラフに表したものである。



・ダイアグラムは、上記の手立てのように実際に子供たちが動いて実測し、それをグラフ化することでダイアグラム上の交点や水平線、傾きの意味がより分かりやすくなる。同時に、測定地点を直線で結んでいるが、それは「移動しているときは等しい速度だとすると」という仮定上での話だということも納得しやすくなる。実際の移動速度が等速でないことは実測時に観察できているからある。子供たちが現実の問題を数学化しているのである。

4章 図形の調べ方 (1) 平行と合同, (2) 証明

目 標

- 図形の性質を調べる上で基礎となる見方・考え方や基本的性質を、観察や操作、実験などの活動を通して明らかにし、論証の意義と推論の進め方について理解する。そのために、
- ア. 対頂角の性質、平行線と角の関係について調べる。
- イ. 三角形の内角の和について調べ、それをもとにして多角形の角について調べる。
- ウ. 合同な図形の性質、三角形の合同条件などを明らかにする。
- エ. 「証明」することの意義としくみについて理解する。
- オ. 平行線と角の関係や三角形の合同条件を根拠にした証明の進め方、図形の性質の調べ方について理解する。

目標 対頂角は等しいことを証明することができる。

予想されるつまづき



最初の手立て

- まず1本の直線を作図して、気づきをまとめる。
- 次に、交わる2本の直線をかき、向かい合う角について気づいたことをまとめる活動を行う。
- 具体的に角度を測り、等しいことに気づく。
- どんなときでも等しくなることを説明するにはどのようにすればいいかを自分で考える。
- その後、ペアやクラス全体で考えを交流する。



子供の表れ○

- 1本から考えることで、平角（一直線上の角）は 180° であると認識することができた。
- 2本の直線によってできる角の大きさを、具体的にイメージすることと、平角を見つけることで対頂角が等しくなることが見つけることができた。

子供の表れ×

- そもそも分数の計算（主に通分）への理解が不十分で、計算そのものができていない生徒もいた。
- 文字を使って説明するときに、何を根拠にして、どのような文字式で表すことができるのかが困難であった。
- 説明を書くことへのハードルが高かったので、ペアで、口で何度も説明して、相手に理解してもらえるかを手がかりにして進めることができた。

原因と対応策

- ★ 1本の直線からはじまり、2本の直線が交わる角が平角とともに見えることで、対頂角が等しくなることへの理解が進んだ。
- ★ 1本、2本と増やすことで、3本目が1点で交わる・・・と自分の頭の中で深めていくことができた。
- ★ どんなときも成り立つときに、文字を使うことの有用性が不十分であった。文字によって、考えられるすべての場合が説明できるようになることへの理解を深めるよう、1年生の復習をしていく。
- ★ 口頭で説明ができて、文字に表すと書くことができないので、穴埋めをつくり、証明を完成させることや、証明の構造を説明して、根拠と結果がつながるように証明をすることが、大切であることを理解させる。
- ★ 数学以外の自分にとり身近な事柄を、根拠と結果で説明する練習をする。

目標 角の二等分線の作図が正しいことを証明することで、証明の必要性を理解できる。

予想されるつまづき

- 「証明によって、命題が常に成り立つことを明らかにできる」ことや「証明をするためにかかっている図は、すべての代表としてかかっている」ことなど、証明の意味や必要性が十分に理解できない。
- 証明の過程で、結論を使ってしまう。また、作図の方法が正しいことを証明するとき、作図から何が仮定であるか分からない。

最初の手立て

【授業で扱った問題】

(右欄下)

- 角の二等分線の作図は1年生のときに学習しているため、線分XOをかくところから生徒に自由に作図させた。そうすることで、 $\angle XOY$ がどんな大きさであっても、作図の時のコンパスの幅がどんな幅であっても同じ作図方法で作図しているということが確認できると考えた。また、その作図方法が常に成り立つことを証明する意味が理解できるように、「どうしてその方法で作図ができるのかな」や「どんな大きさの角でも本当に作図できるのかな」と問いかける。
- 図の中に等しい辺や角に印をつけて仮定と結論を確認するとき、何が仮定で何が結論なのかを生徒が明確にできるように、また、証明の過程で結論(右の図の $\angle XOP = \angle YOP$)を使わないように仮定と結論にあたる印は、チョークの色を変えて示す。

子供の表れ○

- 書き終わった証明を読み直すことで、コンパスの幅(OAやOB)がどんな幅でもよいこと、最初にかいた $\angle XOY$ がどんな大きさでも成り立つことを明らかにしたということを理解した。
- 「実は合同な三角形をかいていたんだ」と、1年生で学習していた作図方法で、なぜ角の二等分線が作図できるのかを改めて理解できていた。

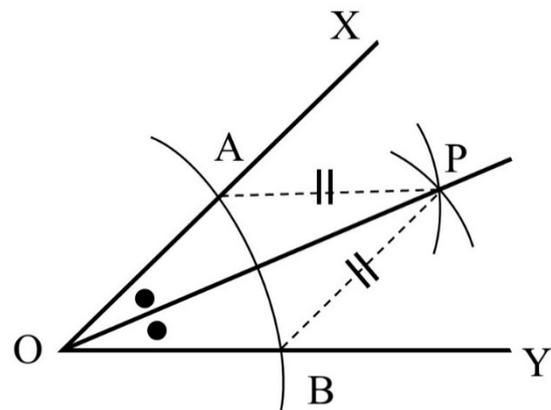
子供の表れ×



原因と対応策



$\angle XOY$ の二等分線を作図しなさい。
また、その作図方法が正しいことを証明しなさい。



・論証の学習においては、中学校2年の間のみできちんと証明がかけられるようになるというよりも、中学校を卒業する時までに証明を論理的に記述できるようになるというおさえて指導することが大切である。子供たちにとって証明の記述の作法は、外国語のように見えているといわれる。そのため記述を重視するというよりも、話し言葉での論理の動きを重視するようにしたい。演繹的な推論をフローチャートのような流れ図で板書し、その思考の流れを証明の作法にのっとって対板書することが大切である。このとき流れ図と証明は左右で対比できるようにしておくことが大切である。また色チョークも使って思考の流れと証明の文章表現を対応させていきたい。

5章 図形の性質と証明 (1) 三角形, (2) 四角形

目 標

- 平行線についての性質や三角形の合同条件を根拠にして、三角形や平行四辺形の性質を調べ、それらを活用することができるようにする。また、これらを通して、図形の論証に対して興味・関心をもち、筋道を立てて考えようとする態度を身につける。そのために、
- ア. 三角形の合同条件を使って、二等辺三角形の性質を証明し、図形の性質の調べ方を理解する。
- イ. 直角三角形の合同条件を導き、その使い方を理解する。
- ウ. 平行四辺形の性質や平行四辺形になる条件について理解する。
- エ. 長方形、ひし形、正方形と平行四辺形の関係、平行線による等積変形などについて理解する。

目標 「二等辺三角形の底角は等しい」という定理の逆を理解する。

予想されるつまずき

●逆という意味を、「仮定と結論を入れかえたもの」ということだけで理解しているため、「二等辺三角形の底角は等しい」という定理の逆を「底角が等しければ二等辺三角形である」と書き、「底角」という言葉を使ってしまったり、「三角形」という言葉が抜けたりしてしまう。また、逆にしても正しい、2つの角が等しい三角形が二等辺三角形なのは、二等辺三角形の2つの角が等しいからであり、証明する必要はないと思っている。

最初の手立て

●正しい逆の文章を考えられるように、「底角が等しければ二等辺三角形である」という間違っただ逆の文章を取り上げ、本当に二等辺三角形になるのか、実際に分度器を使い、図をかいて確かめる活動を行う。

●証明の必要性を考えるために、逆が常に正しいとは限らないことを確認し、それぞれの生徒がかいた図が「本当に二等辺三角形と言えるのか」と問いかけ、考える時間をとる。また、証明を板書にかく際には、図の中に等しい辺や角に印をつけて確認するが、「何が仮定で何が結論なのか」を生徒が明確にできるよう、単元を通して、仮定と結論のチョークの色を統一してかくようにする。

子供の表れ○

●多くの生徒が二等辺三角形になると思い込んでいたが、数人が右図のようにかき、三角形にならないことを主張した。そのため、何が必要なかを考え、「三角形」という言葉は必要だということを理解できた。



●『「□□先生は男である」を逆にすると?』と質問すると、すぐに逆が正しくないことを生徒は理解した。一般的に、等しい角が何度であっても二等辺三角形になることを示すために証明が必要であることも理解していた。

子供の表れ×

●校内のテストで同じ問題を出題したが、「底角」という言葉を書いていた生徒が14%いた。

●「二等辺三角形の底角は等しい」を証明した授業時のノートと比べるとペンの色が反対になっていることで、「まだ二等辺三角形かどうか分からない」ということが確認できたが、最初から板書した図が二等辺三角形になっていることから、「もう二等辺三角形になっている」と言う生徒もいた。

原因と対応策

★「二等辺三角形」とくると、「等しい角は底角」という暗記的な理解が強い。「底角」の定義や文章中の仮定と結論をきちんと意識することを指導する必要がある。

★教科書のように最初から図があると、その図からいえることが最初から分かっていることと勘違いしてしまう。他の証明問題でも、最初から図を与えるのではなく、文章に書かれている図をかくところから取り組むようにしたい。そうすることで、証明の意味を理解することにもつながる。

・子供たちの中には「なぜ小学校で学んだことをわざわざ難しく言い換えてもう一度学習するのか」と疑問を持っている子供も数多くいる。定義を基に演繹的に推論して図形の体系をつくっていることを、子供たちの実態に合わせて教師は積極的に説明していきたい。小学校算数と中学校数学の違いを知ることは、子供たちの今後の数学学習にとって非常に重要である。

目標 特別な平行四辺形（ひし形，長方形，正方形）の定義と定理を理解する。

予想されるつまづき

●生徒は小学校の学習で、ひし形，長方形，正方形について、それぞれの性質を学習し知っているが、改めて中学校で学習する際に、定義と定理を混同してしまう。また、ひし形はひし形，平行四辺形は平行四辺形というように、ひし形，長方形，正方形が平行四辺形の特別な場合であるという認識をしている生徒は少なく、各四角形の相互関係が十分に理解できるような授業の工夫が必要である。

最初の手立て

●「どの四角形が平行四辺形の定義を満たしているのか」、「共通してもつ性質、またはお互いの性質の違いは何であるか」ということがよく分かるように、それぞれの図形の性質を調べて表にまとめるようにする（欄下の表は、平行四辺形とひし形の対比を示したものである）。

子供の表れ○

●表のように、「2組の対辺が平行」という平行四辺形の定義である項目に○がついていることで「正方形，ひし形，長方形は，平行四辺形の仲間である」という表現をする生徒が多くいた。

●平行四辺形は×なのに対して、ひし形は○になっている項目「4つの辺が等しい」があり、そこが平行四辺形との違いであり、その違いがひし形の定義になっているという理解で、定義と定理をきちんと区別することができていた。

子供の表れ×

●教科書のようなベン図を考えたとき、多くの性質をもっている正方形が外側にあると考える生徒がいた。また、「平行四辺形は正方形である」と、逆に表現する生徒もいた。

原因と対応策

★必要条件や十分条件という用語は扱わないが、もっている性質が多い（条件がきつい）方が、内側になるというベン図の表し方について具体例を挙げながら丁寧に指導する必要がある。



	平行四辺形	正方形	ひし形	長方形	台形
2組の対辺が平行	○	○	○	○	×
4つの辺が等しい	×	○	○	×	×
4つの角が等しい	×	○	×	○	×
対角線が等しい	×	○	×	○	×
⋮					

・四角形の包摂関係の学習には、困難を感じる子供たちが多い。「かつ」「または」「ならば」等の論理の概念がつかみにくいからである。これらの概念をつかむためには、上記のような表が有効である。しかしこのような票でも難しい場合には、表の1列目に書いている「2組の大変が平行」「4つの辺が等しい」等を短冊カードにして、ゲーム的な活動することもできる。まず図形のカードと図形の性質の短冊カード、そして図形の包摂関係を示すベン図を体育館等の広い場所につくる。例えば、ある子供がひし形のカードを引いたら、ひし形に合致する短冊カード2枚をすべて選択し、その2枚を持っている子供のみが入れる場所に行くようにする。ここでは2点が獲得できる。しかしその場所の内側には、正方形のカードを持った子供のみが入れる4点の場所がある、というようなゲーム的な活動である。体を動かして図形の包摂関係を体感するゲーム的な活動である。

6章 確率 (1) 確率の意味, (2) 場合の数と確率

目 標

- 不確定な事象についての観察や実験などの活動を通して、確率について理解し、それを用いて考察し表現することができようにする。そのために、
- ア. 確率の必要性と意味を理解し、簡単な場合について確率を求めることができるようにする。
- イ. 確率を用いて不確定な事象をとらえ説明することができようにする。

目標 樹形図を使って起こりうるすべての場合を調べ、確率を求めることができる。

予想されるつまづき

- ダランベールの誤りにもあるように、「2枚の硬貨を投げたときの表と裏の出方」や「5本のうち、当たりが2本入っているくじで当たる確率」などを考えるとき、2枚の硬貨や2本の当たりくじを区別しないで考えてしまう。
- 効率よく樹形図がかけない。

最初の手立て

【授業で扱った問題】

(右欄下)

- 後に引くBが当たる場合は、「Aが当たりでBも当たる場合」と「AがはずれてBが当たる場合」がある。「どちらの場合が多いかな」とか「2本の当たりくじのうち、どちらのくじで当たった場合が多いかな」などの声かけをすることで、樹形図を使って考えるよう促す。
- 「5本のくじを区別すること」と「当たりとはずれのくじを区別すること」をどう表せばよいかを全体で考えた。当たりを「あ」、はずれを「は」と書く、当たりは①, ②, はずれは1, 2, 3と書くなど、全体でいろいろな表し方を考えながら、より効率の良い表し方として、当たりのくじは○で囲み、5本くじを「①, ②, 3, 4, 5」と表すことになった。そのため、樹形図は右のようになった。

子供の表れ○

- 全体で起こりうる場合の数をもれなく数えることができた。
- 番号をつけたり○で囲んだりすることで、樹形図を効率よくかけることを実感した生徒の振り返りが多く見られた。

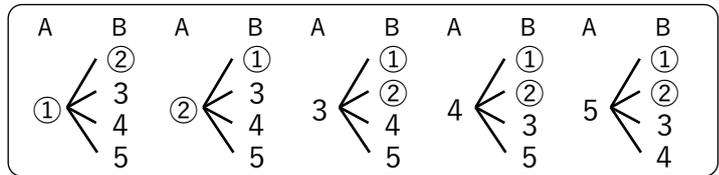
子供の表れ×

- 教師が樹形図をすべて板書するまで、待っている生徒がいた。

原因と対応策

- ★ 教師がかいた樹形図と同じものをかかないといけないと考えている。樹形図は起こりうるすべての場合の数をもれなく数えるためのものであり、生徒自身で工夫するよう声かけを行う。

5本うち、あたりが2本入っているくじがあります。このくじを、A、Bの2人がこの順に1本ずつ引きます。引いたくじはもとに戻さないとき、AとBは、どちらが当たりやすいだろうか。



平成29年告示の指導要領では、中1が統計的確率、中2が数学的確率を扱うことになる。中1での実験を踏まえて、中2では、起こりうる場合を計算で求める活動が主となる。しかし、計算で求めた結果が真にその事象の確立となるのか、つまり統計的確率が、計算で求めた数学的確率に近づいていく様子を中2でも一度は確認したい。例えば、電子黒板と表計算ソフトを使って、学級全体でコインの表裏や、サイコロの目等の簡単な事象を多数回試行し、その過程を5分ごとに表計算ソフトの表に入力し、グラフ表示させ、計算結果に近づいていく様子を観察する活動である。学級全員で20分間もやれば、数千回の試行が可能であろう。

目標 順番が関係ないことがらについて、樹形図を使って確率を求めることができる。

予想されるつまづき

- 起こりうるすべての場合を調べるとき、順番が関係あることがら（順列）と順番が関係ないことがら（組み合わせ）がある。順番が関係あることがらなのか関係ないことがらなのかの判断を間違えてしまい、誤った樹形図をかいたり、誤って起こりうるすべての場合の数を求めたりしてしまう。
- 「同時に」という言葉だけで、順番が関係ないことがらの方だと判断してしまう。

最初の手立て

- 順列と組み合わせの違いが分かるよう、よく似たことがらで順番が関係ある場合と関係ない場合を考える問題を扱う。このとき、順番が関係ある場合から考える。
- 【授業で扱った問題】（欄下）
- 樹形図をかくときに、列の頭に何についての場合分けなのかを示すことで、「A-B」と「B-A」が同じであることに気づかせる。また、樹形図をかき同じ組み合わせのものを消していくことで、起こりうる場合の数が半分になることを確認させる。

子供の表れ○

- よく似た問題を扱うことで、問題のどの部分に注意しなければならないのか、順番が関係あるときと関係ないときで何が違うのかを理解できているようであった。
- その後に扱った問題でも、樹形図をかくときに列の頭に項目を書く姿が見られた。

子供の表れ×

- 「2個のさいころを投げるときの問題も、順番は関係ないのではないですか」という質問があった。

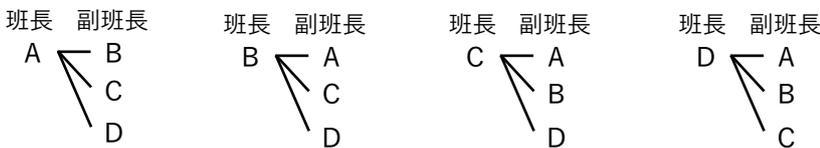
原因と対応策

- ★ 問題文によって、「2個のさいころA、Bを～」と2個を区別している場合とそうでない場合がある。表をかいて考えるときにも、行と列の頭にAとBを書くなど2個のものを区別して表す。

		B					
		1	2	3	4	5	6
A	1						
	2						
	3						
	4						
	5						
	6						

- ① A, B, C, Dの4人の中から、くじで班長と副班長を選ぶとき、Aが選ばれる確率を求めよ。
- ② A, B, C, Dの4人の中から、くじで2人の掲示係を選ぶとき、Aが選ばれる確率を求めよ。

①の樹形図



②の樹形図

